$$\int_0^{\omega} \Phi_i\big(y^*(M)\big) f_j(\tau)\big(1 - F_i(\tau)\big)d\tau,$$

представляет усреднение терминального выигрыша по всем возможным моментам окончания игры, учитывая вероятности $f_j(\tau)$ плотность вероятности для M_j и $\big(1 - F_i(\tau)\big)$ (вероятность того, что игра для участника *i* еще не закончилась к моменту t). В итоге, получаем формулу (4) для ожидаемого выигрыша игрока *i*, представленного в виде интеграла по конечному отрезку времени $[0, \omega]$.

$$V_i(0, y_0, u_1^*, u_2^*) = \int_0^{\omega} \big(h_i^*(\tau)(1 - F_i(\tau))\big) + \Phi_i\big(y^*(M)\big) f_j(\tau)\big(1 - F_i(\tau)\big)d\tau \quad (4)$$

Данная формула является центральным результатом, позволяющим решить задачу оптимального управления методом динамического программирования. Функция $h_i^*(\tau)$ – представляет собой оптимальную стратегию игрока в момент времени *t*, а $y^*(M)$ – оптимальная траектория состояния системы к моменту завершения игры. Целью решения рассматриваемой задачи с помощью уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана является определение оптимальной стратегии и траектории. В данном уравнении $h_i^*(\tau)$ и $y^*(M)$ находятся из условия максимизации ожидаемого выигрыша $V_i(0, y_0, u_1^*, u_2^*)$, где u_1^*, u_2^* - оптимальные управления игроков *i,j*.

Таким образом, уравнение Гамильтона – Якоби – Беллмана связывает оптимальные управления с ожидаемым выигрышем, позволяя найти оптимальное решение.

Литература:

1. Петросян Л. А. Кооперативные дифференциальные игры со случайной продолжительностью [Текст] / Е. В. Шевкопляс // Вест. С.-Петерб. ун-та. Сер.1: Математика, механика, астрономия. 2000. Вып.4. С. 18 - 23
2. Петросян Л.А. Теоретико – игровые проблемы в механике [Текст] / Н. В. Мурзов // Литовск. матем. Сб. 1966. Т. VI-3. С.423 - 433
3. Костюнин С. Ю. Об упрощении интегрального выигрыша в дифференциальных играх со случайной продолжительностью [Текст] / Е. В. Шевкопляс // Вестн. С.-Петерб. Ун. Сер.10, Прикладная математика, информатика, процессы упр-я. 2011. Вып.4, С. 47 - 56
4. Шевкопляс Е. В. Уравнение Гамильтона – Якоби – Беллмана в дифферен. играх со случайной продолжительностью // Матем. теория игр и ее приложения. 2009. Т.1, №2. С.98 - 118
5. Сапарова Г. Б. Математические модели оценки финансовых рисков. [Текст] / Султан к. Н. // Известия ОшТУ, №1, 2021. С.142 – 145

УДК 517.2

Зулпукаров Жакшылык Алибаевич, ф.-м.и.к., доцент,
ORCID 0009-0002-9795-6369
Рахметдула уулу Тынчтыкбек, магистрант,
Эемберди кызы Гульнара, магистрант,
Ош технологиялык университети
E-mail. zulpukarov66@mail.ru

БИР ТЕКТҮҮ ЧЕТТИК ШАРТТАР ҮЧҮН ЭКИНЧИ ТАРТИПТЕГИ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕСИНЕ ГРИНДИН ФУНКЦИЯСЫН ТУРГУЗУУ

Бул макалада кадимки дифференциалдык теңдемелердин эсептөөлөрүн автоматташтырууга кызыккан студенттерге жана магистранттарга арналган. Кадимки экинчи тартиптеги бир тектүү дифференциалдык теңдемелер үчүн Гриндин функциясын тургузуунун чыгарылышы жана мисалдар каралган. Экинчи тартиптеги бир тектүү дифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштарынын четтик маселесинин анализдөөгө мүмкүнчүлүктөр изилденген.

Негизги сөздөр: Гриндин функциясы, дифференциалдык теңдеме, чыгарылыш, интервал, матрицанын рангы, турактуу чоңдук, баштапкы шарт, четтик шарт.

Зулпукаров Жакшылык Алибаевич, к.ф.-м.н., доцент,
Рахметдула уулу Тынчтыкбек, магистрант,
Эемберди кызы Гульнара, магистрант,
Ошский технологический университет

ПОСТРОЕНИЕ ФУНКЦИИ ГРИНА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ОДНОРОДНЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ

Статья предназначена для студентов и аспирантов, интересующихся автоматизацией вычислений обыкновенных дифференциальных уравнений. Приводятся вывод и примеры построения функции Грина для обыкновенных однородных дифференциальных уравнений второго порядка. Исследовано возможности анализа краевой задачи производных однородных дифференциальных уравнений второго порядка.

Ключевые слова: Функция Грина, дифференциальное уравнение, решение, интервал, ранг матрицы, постоянная величина, начальное условие, граничное условие.

Zulpukarov Zhakshylyk Alibaevich, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor,
Rahmetdula uulu Tynchtykbek, graduate student,
Egember kyzy Gulnara, graduate student,
Osh Technological University

CONSTRUCTION OF THE GREEN'S FUNCTION FOR SECOND-ORDER DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH HOMOGENEOUS BOUNDARY CONDITIONS

This article is intended for students and undergraduates interested in automating the calculations of ordinary differential equations. The derivation and examples of constructing the Green function for ordinary homogeneous differential equations of the second order are given. The possibility of analyzing the solution of the boundary value problem of solutions of homogeneous differential equations of the second order is investigated.

Key words: Grin function, differential equation, solution, interval, matrix rank, constant, initial condition, boundary condition.

Киришүү. Гриндин функциясы дифференциалдык теңдемелердин четтик маселелерин чыгарууда кеңири колдонулат, ага көптөгөн математикалык жана физикалык маселелер келтирилген. Атап айтканда, жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелерди Фурье ыкмасы менен чыгарууда дифференциалдык теңдемелер үчүн четтик маселелерге келтирилет. Бир тектүү маселе үчүн Грин функциясынын жардамы менен бир тектүү эмес дифференциалдык теңдеменин чыгарылышын эсептөөгө болот. Экинчи тартиптеги сызыктуу бир тектүү кадимки дифференциалдык теңдемелерди интегралдоо, ошондой эле алардын негизинде Гриндин функциясын тургузуу маселесин изилдөө актуалдуу жана маанилүү болуп саналат [1].

Коэффиценттери өзгөрүлмөлүү болгон экинчи тартиптеги сызыктуу бир тектүү кадимки дифференциалдык теңдеме берилсин.

$$p_0(x)y''(x)+p_1(x)y'(x)+p_2(x)y(x)=0\,, \tag{1}$$

мында $p_0(x), p_1(x), p_2(x)$-функциялары $[a,b]$ кесиндисинде үзгүлтүксүз жана $p_0(x)\neq 0,\ x\in[a,b]$.

(1) дифференциалдык теңдеме үчүн бир тектүү четтик шарттарды жазалы:

$$\begin{cases} V_1(y)=\alpha_1 y(a)+\alpha_1^{(1)}y'(a)+\beta_1 y(b)+\beta_1^{(1)}y'(b)=0; \\ V_2(y)=\alpha_2 y(a)+\alpha_2^{(1)}y'(a)+\beta_2 y(b)+\beta_2^{(1)}y'(b)=0. \end{cases} \tag{2}$$

Бул жерде $V_1(y), V_2(y)$ функциялары $y(a), y(b), y'(a), y'(b)$ сызыктуу көз каранды эмес, ошондуктан матрицанын рангы нөлгө барабар эмес.

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_1^{(1)} & \beta_1 & \beta_1^{(1)} \\ \alpha_2 & \alpha_2^{(1)} & \beta_2 & \beta_2^{(1)} \end{pmatrix}$$

$rangA=2$ четтик шарттын коэффициенттери $\alpha_1,\alpha_1^{(1)},\beta_1,\beta_1^{(1)},\alpha_2,\alpha_2^{(1)},\beta_2,\beta_2^{(1)}\in R$.

Аныктама. $x\in[a;b], s\in(a;b)$ болгондо аныкталган жана ар бир фиксирленген $s\in(a;b)$ үчүн төмөнкү:

1) $G(x,s)$ функциясы $a\le x\le b$ кесиндисинде үзгүлтүксүз;

2) $x=s$ чекитинде $G(x,s)$ функциясы үзгүлтүксүз, x боюнча биринчи тартиптеги туундусу үзгүлтүккө учурайт жана анын секирими

$\frac{1}{p_0(s)}$ б.а. $\left.\frac{\partial G(x,s)}{\partial x}\right|_{x=s+0}-\left.\frac{\partial G(x,s)}{\partial x}\right|_{x=s-0}=\frac{1}{p_0(s)}$

3) $[a;s)$ жана $(s;b]$ жарым интервалдарда $G(x,s)$ функциясы (1) теңдеменин чыгарылышы болуп эсептелсин;

4) $G(x,s)$ функциясы x боюнча (2) чек аралык шарты канааттандырат.

Ушул касиеттерге ээ болгон $G(x,s)$ функциясын (1)-(2) бир тектүү четтик маселеси үчүн Грин функциясы деп атайбыз [5].

Билдирме. (1)-(2) экинчи тартиптеги бир тектүү дифференциалдык теңдемелеринин четтик маселеси үчүн Гриндин функциясы жашайт жана жалгыз болуп саналат, эгерде чек ара маселеси (1)-(2) тривиалдуу чечимге ээ болсо гана ($(y(x)\equiv 0, x\in[a;b])$. (1)-(2) маселенин тривиалдуу чечими бар деп эсептейли. Бул учурда (1)-(2) үчүн Грин функциясын түзөлү. $y_1(x)$ жана $y_2(x)$ функциялары (1) теңдеменин чыгарылыштарынын фундаменталдык системасын түзүшсүн. Андан, 3 касиетине ылайык, Гриндин $G(x,s)$ функциясын төмөнкүчө түзүүгө болот:

$$G(x,s)=\begin{cases} a_1y_1(x)+a_1y_2(x), & a\le x\le s, \\ b_1y_1(x)+b_2y_2(x), & s\le x\le b. \end{cases}$$

мында $a_1,b_1,\ a_2,b_2$ – белгилүү x тан функция.

Биринчи жана экинчи касиеттерин колдонуп биз төмөнкүнү алабыз

$$\begin{cases} [b_1y_1(s)+b_2y_2(s)]-[a_1y_1(s)+a_2y_2(s)]=0, \\ [b_1y_1'(s)+b_2y_2'(s)]-[a_1y_1'(s)+a_2y_2'(s)]=\dfrac{1}{p_0(s)}. \end{cases} \quad (3)$$

Бул жерден элементардык өзгөртүүлөрдү жүргүзүп төмөнкү белгилөөнү киргизебиз

$$c_1(s)=b_1(s)-a_1(s),$$
$$c_2(s)=b_2(s)-a_2(s).$$

Анда (3) системадан c_1 жана c_2 карата сызыктуу теңдемелер системасын алабыз:

$$\begin{cases} c_1y_1(s)+c_2y_2(s)=0, \\ c_1y_1'(s)+c_2y_2'(s)=\dfrac{1}{p_0(s)}. \end{cases} \quad (4)$$

(4) системанын Δ аныктагычы $x=s$ болгондо $y_1(x)$, $y_2(x)$ функцияларынан Вронскийдин аныктагычын алабыз

$$\Delta=\begin{vmatrix} y_1(s) & y_2(s) \\ y_1'(s) & y_2'(s) \end{vmatrix}=W(s)$$

Белгилүү болгондой, дифференциалдык теңдеменин чыгарылыштарынын фундаменталдык системасы үчүн Вронский аныктагычы боюнча аныктоо областынын бардык чекиттеринде нөлгө барабар эмес. Демек, (4) системасынын аныктагычы да нөлдөн айырмаланат. Демек, Крамердин эрежеси боюнча (4) системасынын $c_1(s), c_2(s)$ жалгыз чыгарылышы бар.

$a_1, b_1,\ a_2, b_2$ функцияларын табуу үчүн (2) четтик шарттарын колдонуу керек. Кийинки жазуулардын көлөмүн азайтуу үчүн биз $V_1(y)$ жана $V_2(y)$ сызыктуу формаларын төмөнкү формада келтиребиз:

$$\begin{cases} V_1(y)=A_1(y)+B_1(y); \\ V_2(y)=A_2(y)+B_2(y). \end{cases}$$

мында $A_k(y)=\alpha_k y(a)+\alpha_k^{(1)}y'(a)$, $B_k(y)=\beta_k y(b)+\beta_k^{(1)}y'(b),\ k=1,2$

Анда биз төмөнкүнү жаза алабыз:

$$V_k(G)=a_1A_k(y_1)+a_2A_k(y_2)+b_1B_k(y_1)+b_2B_k(y_2),\ k=1,2$$

$a_k=b_k+c_k$, $k=1,2$ жана c_k маанилери мурунтан эле табылганын эске алсак,

$$\begin{cases} (b_1-c_1)A_1(y_1)+(b_2-c_2)A_1(y_2)+b_1B_1(y_1)+b_2B_1(y_2)=0; \\ (b_1-c_1)A_2(y_1)+(b_2-c_2)A_2(y_2)+b_1B_2(y_1)+b_2B_2(y_2)=0. \end{cases}$$

Бул системаны төмөнкү формага айландыралы:

$$\begin{cases} b_1V_1(y_1)+b_2V_1(y_2)=c_1A_1(y_1)+c_2A_1(y_2); \\ b_1V_2(y_1)+b_2V_2(y_2)=c_1A_2(y_1)+c_2A_2(y_2). \end{cases}$$

Мурдагыдай эле теңдемелер системасы b_1 жана b_2 чоңдуктарына карата сызыктуу бойдон калууда. Бул системанын аныктагычы

$$\Delta=\begin{vmatrix} V_1(y_1) & V_1(y_2) \\ V_2(y_1) & V_2(y_2) \end{vmatrix}$$

V_1 жана V_2 сызыктуу көз каранды эмес болгондуктан нөлдөн айырмаланат. Демек, $b_1(s)$ жана $b_2(s)$ жалгыз чыгарылышы бар жана $a_k(s)=b_k(s)+c_k(s),\ k=1,2$

формулалар боюнча $a_1(s), a_2(s)$ түрдө аныкталат. Ошентип, Гриндин функциясы табылат.

1-*мисал*. $$y''(x) + k^2 y(x) = 0, \ (k > 0, k \neq 2\pi k, k \in N), \tag{5}$$
$$\begin{cases} y(0) = y(1) \\ y'(0) = y'(1) \end{cases} \tag{6}$$
дифференциалдык теңдеме жана четтик шарттары менен Гриндин функциясын түзгүлө [2].

Чыгаруу. Биринчиден, дифференциалдык теңдеме (5) жана четтик маселеси (6) тривиалдуу гана чыгарылышка ээ экендигине ынануу керек. Чынында, (5) теңдеменин чечимдеринин фундаменталдуу системасы болгондуктан:

$y_1(x) = \sin kx, \quad y_2(x) = \cos kx$ төмөндөгүдөй жалпы чыгарылышка ээ болот:
$$y(x) = A\sin kx + B\cos kx$$
мында *A* жана *B* турактуу чоңдуктар (6) четтик шартты колдону менен A жана B турактуу чоңдуктарды аныктоо үчүн системаны берет:
$$\begin{cases} A\sin k + B(\cos k - 1) = 0, \\ Ak(1 - \cos k) + Bk\sin k = 0. \end{cases} \tag{7}$$
(7) системанын жалгыз чыгарылышы $A = B = 0$, анткени анын аныктагычы $\Delta = 2k(1 - \cos k) \neq 0, \ (k > 0, k \neq 2\pi k, k \in N)$.

Демек, (5)-(6) четтик маселесинде тривиалдуу чыгарылышы $y(x) \equiv 0$ гана бар, ал үчүн $G(x, s)$ жалгыз Гриндин функциясын тургузууга мүмкүн экенин билдирет. Бул үчүн биз керектүү болгон $G(x, s)$ функциясын төмөнкү формада көрсөтөлү:
$$G(x, s) = \begin{cases} a_1 \sin kx + a_2 \cos kx, \ 0 \le x \le s \\ b_1 \sin kx + b_2 \cos kx, \ \ s \le x \le 1. \end{cases} \tag{8}$$
мында $a_1, b_1, \ a_2, b_2$ - *s* тен көз каранды болгон белгисиз функциялар.
$$\begin{cases} c_1(s) = b_1(s) + a_1(s), \\ c_2(s) = b_2(s) + a_2(s). \end{cases} \tag{9}$$
Акыркы теңдемелер системасындагы $c_1(s)$ жана $c_2(s)$ табуу үчүн (4) колдонуп төмөндөгүнү жазбыз:
$$\begin{cases} c_1 \sin ks + c_2 \cos ks = 0, \\ c_1 k \cos ks - c_2 k \sin ks = 1. \end{cases}$$
Бул сызыктуу теңдемелер системасын Крамердин эрежеси менен чыгарып c_1 жана c_2 таап алсак болот
$$c_1 = \frac{\cos ks}{k}, \quad c_2 = -\frac{\sin ks}{k}. \tag{10}$$
Андан кийин аныктаманын төртүнчү касиетин колдонуп ал маселенин четтик шарттарын канааттандырышы керек, б.а.
$$\begin{cases} G(0, s) = G(1, s), \\ G'_x(0, s) = G'_2(1, s). \end{cases}$$
Бул учурда салыштырмалуу биз төмөнкүнү алабыз
$$\begin{cases} a_2 = b_1 \sin k + b_2 \cos k, \\ kc_1 = kb_1 \cos k - kb_2 k \sin k. \end{cases}$$
Акыркы (9), (10) теңдемелерин (8) коюп бардык белгисиз коэффициенттерди табабыз:

$$a_1=\frac{\sin ks\sin k}{2k(1-\cos k)}-\frac{\cos ks}{2k},\qquad a_2=\frac{\cos ks\sin k}{2k(1-\cos k)}+\frac{\sin ks}{2k}$$
$$b_1=\frac{\sin ks\sin k}{2k(1-\cos k)}+\frac{\cos ks}{2k},\qquad b_2=\frac{\cos ks\sin k}{2k(1-\cos k)}-\frac{\sin ks}{2k}$$
Табылган $a_1, b_1,\ a_2, b_2$ маанилерин (8) ге алмаштырып, эң жөнөкөй тригонометриялык өзгөртүүлөрдү аткарып төмөнкүнү табабыз.
$$G(x,s)=\begin{cases}\dfrac{\cos k\left(x-s+\dfrac{1}{2}\right)}{2k\sin\dfrac{k}{2}},\ 0\le x\le s;\\[2ex] \dfrac{\cos k\left(s-x+\dfrac{1}{2}\right)}{2k\sin\dfrac{k}{2}},\ \ s\le x\le 1.\end{cases}$$
2-*мисал*. Гриндин функциясынын жардамы менен четтик маселени чыгаргыла [3]
$$y''+9y=x-\frac{\pi}{2},\quad y(0)=0,\ y\left(\frac{\pi}{6}\right)=0. \tag{11}$$
Чыгаруу. Адегенде бир тектүү теңдеменин четтик маселеси үчүн Гриндин функциясын түзөлү
$$y''+9y=0,\quad y(0)=0,\ y\left(\frac{\pi}{6}\right)=0 \tag{12}$$
Чек ара маселеси $y(x)\equiv 0$ гана тривиалдуу чечимге ээ экенин көрсөтөлү. Бизде $y(x)\equiv C_1\cos 3x+C_2\sin 3x$ деген (12) теңдемесинин жалпы чыгарылышына ээ болобуз. Эгерде $C_1=0,\quad C_2=0$ болгондо, анда $y(x)\equiv 0$ болуп $G(x,s)$ шартын канааттандырат. (12) теңдемеси үчүн жалгыз Гриндин функциясын түзүүгө болот. Гриндин функциясынын туюнтмасын жазып алалы.
$$G(x,s)=\begin{cases}a_1\sin 3x+a_2\cos 3x,\ \text{эгерде}\ \ 0\le x\le s\\ b_1\sin 3x+b_2\cos 3x,\ \text{эгерде}\ \ s\le x\le\dfrac{\pi}{6}.\end{cases} \tag{13}$$
$x=s$ учурундагы үзгүлтүксүздүктөн биз төмөнкүнү алабыз
$$(b_1-a_1)\cos 3x+(b_2-a_2)\sin 3x=0$$
$x=s$ чекитиндеги $G'_x(x,s)$ секирүү, 1ге барабар
$$-3(b_1-a_1)\cos 3x+3(b_2-a_2)\sin 3x=1$$
$c_1=a_1+b_1,\ c_2=a_2+b_2$ деп алсак. Анда бизде
$$c_1\cos 3x+c_2\sin 3x=0$$
$$-3c_1\cos 3x+3c_2\sin 3x=1$$
Мындан биз c_1 жана c_2 изилдесек
$$c_1=-\frac{1}{3}\sin 3s,\quad c_2=\frac{1}{3}\cos 3s$$
(2) четтик шарттарды колдонуп $a_2=0,\quad b_1=0$ барабар болгондуктан биз төмөндөгүнү алабыз

$$a_1 = \frac{1}{3}\sin 3s, \quad b_2 = \frac{1}{3}\cos 3s$$

Табылгандарды (13) кө коюп Гриндин функциясын табабыз

$$G(x,s) = \begin{cases} \frac{1}{3}\sin 3x \cos 3x, \text{ эгерде } 0 \le x \le s \\ \frac{1}{3}\cos 3x \sin 3x, \text{ эгерде } s \le x \le \frac{\pi}{6}. \end{cases} \tag{14}$$

Эми (1) дифференциалдык теңдемесинин четтик маселени чыгарууну изилдейли

$$y(x) = \int_0^{\frac{\pi}{6}} G(x,s)\left(s - \frac{\pi}{6}\right)ds, \tag{15}$$

акыркы чыккан интегралдык теңдемедеги $G(x,s)$ функциясынын ордуна (14) коюп биз төмөндөгүнү алабыз [4]:

$$y(x) = \frac{1}{3}\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3s \sin 3x\left(s - \frac{\pi}{6}\right)ds + \frac{1}{3}\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 3s \cos 3x\left(s - \frac{\pi}{6}\right)ds = \frac{1}{3}\sin 3x\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3s\left(s - \frac{\pi}{6}\right)ds +$$

$$\frac{1}{3}\cos 3x\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 3s\left(s - \frac{\pi}{6}\right)ds = \frac{1}{9}\cos 3x \sin 3s\left(s - \frac{\pi}{6}\right)\Bigg|_0^x + \frac{1}{27}\sin 3x \cos 3s\Big|_0^x - \frac{1}{9}\cos 3x \cos 3s\left(s - \frac{\pi}{6}\right)\Bigg|_x^{\frac{\pi}{6}} +$$

$$+\frac{1}{27}\cos 3x \sin 3s\Big|_x^{\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{9}\sin 3x \sin 3x\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{1}{27}\sin 3x \cos 3x - \frac{1}{27}\sin 3x + \frac{1}{9}\cos 3x \cos 3x\left(x - \frac{\pi}{6}\right) +$$

$$+\frac{1}{27}\cos 3x - \frac{1}{27}\cos 3x \sin 3x = \frac{1}{9}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{27}(\cos 3x - \sin 3x) = \frac{6x - 3\pi + 3\cos 3x + 2\sin 3x}{54}$$

Гриндин функциясынын жардамы менен изилденген функция

$$y(x) = \frac{6x - 3\pi + 3\cos 3x + 2\sin 3x}{54} \quad \text{барабар болот.}$$

Корутунду. Бул макала сызыктуу бир тектүү экинчи тартиптеги дифференциалдык теңдемеси үчүн Гриндин функциялары жөнүндөгү түшүнүктөр, аныктамалар киргизилген. Гриндин функцияларынын болушунун зарыл жана жетиштүү шарттары келтирилип, чыгарылыштарынын фундаменталдык системасы аркылуу алардын аналитикалык көрүнүшү берилип, бир тектүү эмес теңдеменин жана бир тектүү эмес системанын чечимдери менен байланышы тургузулган. Дифференциалдык теңдеме үчүн четтик маселеге Гриндин функциясы аныкталган. Четтик маселе үчүн Гриндин функциясынын жашашы жана тривиалдуу экендиги аныкталып, анын аналитикалык чыгарылыштын фундаменталдык системасы жана чектик шарттар аркылуу берилген.

Адабияттар:

1. Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Ю. Н. Бибиков. – М. : Высш. шк., 1991. – 303 с.
3. Валеев К. Г. Построение функций Ляпунова / К. Г. Валеев, Г. С. Финин. – К. : Наук. думка, 1981. – 412 с.
4. Коддингтон Э. А. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений / Э.А. Коддингтон, Н. Левинсон. – М. : Изд-во иностр. лит-ры, 1958. – 474 с.

5. Лизоркин П. И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений / П. И. Лизоркин. – М. : Наука, 1981. – 384 с.
6. Иманалиев М.И., Байзаков А.Б., Кененбаева Г.М. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. – Бишкек: Турар, 2005. – 227с.

УДК 519.642, 519.688

Закирова Динара Абдраимовна, аспирант,
ORCID 0009-0009-5033-0722
Кульматова Нурила Абдимиталовна, магистр,
ORCID 0009-0005-2593-7785
Ош технологиялык университети
Email: anid_0308@mail.ru

ИНТЕГРАЛДАРДЫ ЭСЕПТӨӨ ҮЧҮН PYTHON ПРОГРАММАЛОО ТИЛИН КОЛДОНУУ МҮМКҮНЧҮЛҮКТӨРҮ

Макалада Python программалоо тилин интегралдарды эсептөө үчүн колдонуу мүмкүнчүлүктөрүн көрсөтүү каралган. Интегралдар менен иштөөдө негизги касиеттердин формулалары да кеңири колдонулуп, аныкталган жана аныкталбаган интегралды чыгарууда Python программалоо тилинде мисалдарды түшүндүрүү мүмкүнчүлүктөрү жеңилдетилип берилген.Программалоо тилинин жардамында берилген аныкталган интегралдардын графигин тургузуу да жеңил. Интегралдарды программалоо тилинде иштелишин көрүү үчүн Python китепканаларын колдонуп мисалдар иштелген.

Негизги сөздөр: интеграл, теңдеме, аныкталган жана аныкталбаган интегралдар, Python программалоо тили, график, функция, Ньютон-Лейбниц формуласы.

Закирова Динара Абдраимовна, аспирант,
Кульматова Нурила Абдимиталовна, магистр,
Ошский технологический университет

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЯЗЫКА ПРОГРАММИРОВАНИЯ PYTHON ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ

В статье представлены возможности использования языка программирования Python для вычисления интегралов. В работе с интегралами также широко используются формулы основных свойств, при выводе определенных и неопределенных интегралов облегчаются возможности пояснения примеров на языке программирования Python.Также легко построить график определенных интегралов, используя язык программирования. Примеры разработаны с использованием библиотек Python, чтобы увидеть, как интегралы работают на языке программирования.

Ключевые слова: интеграл, уравнение, определенные и неопределенные интегралы, язык программирования Python, график, функция, Формула Ньютона-Лейбница.

Zakirova Dinara Abdraimovna, graduate student,
Kulmatova Nurila Abdimitalovna, master - teacher,
Osh Technological University