

- жаңы ресурстарды өздөштүрүү үчүн талап кылынган аймактардын өлчөмүн азайтуу;
- суу ресурстарын үнөмдөө жана табигый көлмөлөрдү коргоо;
- экологиялык кырдаалды жакшыртуу.

Жумуш орундарын түзүү үчүн таштандыларды кайра иштетүүнүн мааниси жана региондогу таштандыларды чогултуу жана жок кылуу тутумун жакшыртуу боюнча көрсөтмөлөрдү берет. Аларга: экинчи материалдарды кабыл алуу пункттарынын тармагын кеңейтүү, адистештирилген контейнерлердин жардамы менен өзүнчө чогултууну уюштуруу, мобилдүү кабыл алуу пункттарын түзүү жана чогултулуучу чийки заттын сапатын жакшыртуу кирет. Ошондой эле калктын ар кандай категорияларын, анын ичинде ТЖКЧ ишканаларын жана окуу жайларын калдыктарды даярдоо жана өзүнчө чогултуу процессине тартууга басым жасалат.

Адабияттар:

1. Бобылев С. Н. Индикаторы устойчивого развития для городов [Текст] / С. Н. Бобылев, О. В. Кудрявцева, С. В. Соловьева // Экономика региона. – 2014. – № 3. – С. 101–110.
2. Бредихин А. В. Ростовская агломерация: интеграционные приоритеты развития [Текст] / А. В. Бредихин // Вопросы территориального развития. – 2016. – № 4 (34). – С. 1–14.
3. Иванцова Е. А. Проблемы и перспективы управления твердыми бытовыми отходами [Текст] / Е. А. Иванцова // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 3, Экономика. Экология. – 2016. – № 2 (35). – С. 148–159. – DOI: <https://doi.org/10.15688/jvolsu3.2016.2.15>.
4. Токторалиев Б.А. Экологические проблемы накопления промышленных отходов в Баткенской области. [Текст] / Б. Н. Шамшиев, А. Т. Аттокуров // БатГУ. Республиканский научно-технический журнал «Наука и новые технологии». Бишкек. №5, 2013, стр.119-121.
5. Каримов Б.А. и др. Бытовые отходы города ош и проблемы их утилизации. [Текст] // Вестник ОшГУ. Химия. Биология. География, №2(3)/2023 стр.81-87

УДК 517.997.8

Сапарова Гульмира Баатыровна, к.ф.-м.н., доцент,
ORCID 0009-0002-3524-8877
Ажиева Элнура, магистрант,
Ошский технологический университет
E-mail: gulya141005@mail.ru

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ РЕСУРСАМИ

Актуальность данной статьи обусловлена недостаточной разработанностью модели олигополии. В данное время при изучении конфликтных ситуаций с произвольной продолжительностью, очень мало внимания уделяется олигополистическим моделям. Исследована дифференциальная игра, в которой участвуют два игрока. В данной игре построена моделируется совместная разработки невозобновляемого ресурса и описана ситуация, где каждый участник игры имеет личное время выхода из игры, это индивидуальное время определяется случайной величиной, которая имеет известную функцию распределения. После окончания первого этапа игры, победивший игрок получает окончательный платеж. Получивший платеж участник продолжает работать над ресурсом. Финальный платеж будет равен оптимальному выигрышу игрока, он определяется из решения

задачи оптимального управления. В исследовании рассмотрена дифференциальная игра по освоению невозобновляемого ресурса, получена структура ожидаемого дохода и формально выведена уравнение Гамильтона-Якоби-Беллмана данной игры.

Ключевые слова: модели, дифференциальные игры, олигополия, разработка, ресурс, доход, уравнение, задача

Сапарова Гульмира Баатыровна, ф.-м.и.к., доцент,
Ажиева Элнура, магистрант,
Ош технологиялык университети

РЕСУРСТАРДЫ БАШКАРУУ МАСЕЛЕСИНДЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ОЮНДАРДЫН БИР УСУЛУ ЖӨНҮНДӨ

Бул макаланын актуалдуулугу олигополия моделинин жетишсиз өнүккөндүгүнө байланыштуу. Конфликттүү процесстерди ыктыярдуу узактык менен изилдөөдө олигополия моделдерине көңүл буруу чектелүү бойдон калууда. Кайра жаралбаган ресурсту биргелешип иштеп чыгууну симуляциялоочу эки катышуучу үчүн дифференциалдык оюндар каралат. Ар бир оюнчунун белгилүү бөлүштүрүү функциясы менен кокус өзгөрмө тарабынан аныкталган оюндан жеке чыгуу учуру болгон кырдаал сүрөттөлөт. Оюндун биринчи этабы аяктагандан кийин, калган оюнчу акыркы төлөмдү алат. Ал ресурстун үстүндө иштөөнү улантууда деп болжолдонууда. Акыркы төлөм оюнчунун оптималдуу кирешесине барабар коюлушу мүмкүн, ал тиешелүү оптималдуу башкаруу маселесин чечүү менен аныкталат. Бул макалада кайра жаралбаган ресурсту биргелешип иштеп чыгуунун дифференциалдык оюну талданат, анын күтүлгөн кирешесинин структурасы белгиленет жана формалдуу түрдө каралып жаткан оюн үчүн Гамильтон – Якоби – Беллман теңдемесин чыгарат.

Түйүндүү сөздөр: моделдер, дифференциалдык оюндар, олигополия, өнүгүү, ресурс, киреше, теңдеме, тапшырма

Saparova Gulmira Batyrova, candidate of physico-
mathematical sciences, associate professor,
Azhieva Elnura, graduate student,
Osh Technological University

ABOUT ONE METHOD OF DIFFERENTIAL GAMES IN THE RESOURCE MANAGEMENT PROBLEM

The relevance of this article is due to the insufficient development of the oligopoly model. In the study of conflict-controlled processes with arbitrary duration, attention to oligopoly models remains limited. Differential games for two participants simulating the joint development of a non-renewable resource are considered. A situation is described in which each player has an individual moment of exit from the game, specified by a random variable with a known distribution function. At the moment of completion of the first stage of the game, the remaining player receives the final payment. It is assumed that he continues to work on the resource. The final payment can be set equal to the optimal income of the player, which is determined by solving the corresponding optimal control problem. This paper analyzes a differential game of joint development of a non-renewable resource, establishes the structure of its expected payoff, and formally derives the Hamilton-Jacobi-Bellman equation for the game under consideration.

Key words: models, differential games, oligopoly, development, resource, income, equation, problem.

Введение. В настоящее время методы математической теории игр активно используются в математических моделях. Часто применяются два основных моделей: детерминистические и стохастические. Есть такие модели, в которых время окончания игры не установлена заранее и тогда в них реализуется случайная величина. Для решения таких моделей применяются методы дифференциальной игры со случайной продолжительностью. [1,2]

В рассматриваемом классе дифференциальных игр вероятности элементов не играют никакой роль в решении динамических уравнений, а только влияют на длительность игры. Таким образом, пусть существует случайная величина M , она определяет время конца игры, и для нее заранее известна функция распределения $F(t)$, в котором $t \in [t, 0]$. [3] Кроме того, во внеигровых моделях анализируются процессы со случайным временем выполнения.

Постановка задачи. Некооперативная дифференциальная игра по освоению невозобновляемого ресурса рассматривается в контексте задачи управления. В этой игре участвуют две компании, причем время вылета каждого игрока из игры выражается независимой случайной величиной и функциями распределения которые известны заранее. В игре, как только один участник вылетает, другие игроки продолжают разработку ресурса, что переводит задачу в задачу оптимального управления.

В рассматриваемой дифференциальной игре два участника борются за ограниченный ресурс. Прибыль каждого участника определяется двумя составляющими: математическим ожиданием полной прибыли, накопленной в ходе игры, и так называемой итоговой составляющей. Этот последний компонент, важный момент, приписывается только игроку, который остается в игре после устранения противника. Таким образом, стратегия игры не ограничивается максимизацией текущего прироста ресурса, но включает в себя также оценку вероятности устранения противника и полученного при этом преимущества. Управление действиями каждого игрока описывается функцией скорости освоения ресурсов:

$$u_1(t), u_2(t) \in R_+,$$

причем значения этих функций неотрицательны.

Эти функции отражают стратегию каждого игрока – как быстро он стремится извлечь пользу из доступного ресурса. Скорость извлечения ресурса не бесконечна, что вполне соответствует реальным экономическим или экологическим сценариям, где существуют ограничения на скорость добычи, производства или потребления. Например, в случае добычи нефти это могут быть ограничения производственной мощности, а в случае лесозаготовок – условия охраны окружающей среды. Динамика изменения общего запаса ресурса $y(t)$, ($y(t) \in R_+$) описывается обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка с начальными условиями (задача Коши):

$$y'(t) = g(t, y, u_1, u_2), \quad (1)$$

при условии $y(0) = y_0 > 0$. (2)

Где уравнение (1) определяет скорость изменения общего запаса ресурса в зависимости от времени t , текущего запаса y и скоростей разработки ресурса каждым из игроков u_1, u_2 . Ключевое свойство функции g – она убывает по скорости разработки ресурса каждого игрока:

$$\frac{\partial g}{\partial u_i} \leq 0; \quad i = 1, 2.$$

Это означает, что чем быстрее игрок извлекает ресурс, тем медленнее растет (или тем быстрее уменьшается) общий запас. Это может отражать эффект истощения ресурса или эффект увеличения затрат на добычу при ускорении процесса. Мгновенная функция полезности i -го игрока обозначается мгновенную функцию полезности. Данная функция является функцией двух классов непрерывности C^2 по всем параметрам, что гарантирует ее дифференцируемость и позволяет применять методы математического анализа, что найти оптимальные стратегии. h_i – описывает мгновенную выгоду i -го игрока в зависимости от времени, общего запаса ресурса и стратегий обоих игроков. Оптимальная стратегия каждого игрока зависит не только от его собственной функции полезности, но и от функции полезности противоположной стороны, а также от динамики изменения общего запаса ресурса, определяемой уравнением (1). Решение данной задачи часто находится методом теории игр и оптимального управления, то есть принципом Понтрягина и методом динамического программирования. Решается задача аналитически или численным методом в зависимости от элементов g и h_i .

Методы решения. Очень часто в стохастических средах для решения задачи оптимального управления применяется уравнение Гамильтона – Якоби – Беллмана. В данной задаче ожидаемый выигрыш

$$V_i(0, y_0, u_1^*, u_2^*) = \Gamma \left[\int_0^{M_i} h_i^*(t) dt |_{[M_i < M_j]} + \int_0^{M_j} h_i^*(t) dt |_{[M_i > M_j]} + \Phi_i(y^*(M)) |_{[M_i > M_j]} \right] \quad (3)$$

где M_j - момент, когда игрок j выходит из игры; $[M_i > M_j]$ - функция индикатора; $\Gamma[\cdot]$ – математическое ожидание, не решается классическим методом из – за нестандартной формы интегрального функционала. Нужно преобразовать задачу в более удобную форму.

Предположим, что рассматривается игра двух участников i, j , с моментами окончания игры M_i и M_j . Эти моменты являются случайными величинами с функциями распределения $F_i(t), F_j(t)$. Величина ω представляет некоторый конечный горизонт планирования, то есть максимально допустимое время игры. Заменяя $\omega = \omega_1$ получаем сценарий, где игра завершается не позднее ω_1 . Исходная формула (3) включает математическое ожидание, которое, конечно. Это ожидание представляет собой сумму двух компонентов: интегрального выигрыша за время до окончания игры и терминального выигрыша в момент окончания игры. Разделим интеграл на два случая:

$$\begin{aligned} & \Gamma \left[\int_0^{M_i} h_i^*(t) dt |_{[M_i < M_j]} + \int_0^{M_j} h_i^*(t) dt |_{[M_i > M_j]} + \Phi_i(y^*(M)) |_{[M_i > M_j]} \right] = \\ & = \Gamma \left[\int_0^{M_i} h_i^*(t) dt |_{[M_i < M_j]} + \int_0^{M_j} h_i^*(t) dt |_{[M_i > M_j]} \right] + \Gamma \left[\Phi_i(y^*(M)) |_{[M_i > M_j]} \right], \\ & [M_i < M_j], [M_i > M_j]. \end{aligned}$$

Терминальный выигрыш $\Phi_i(y^*(M))$ учитывается только в случае $M_i > M_j$. Это деление и приводит к сумме двух интегралов и терминального выигрыша.

Введем обозначения $L_1^i(M_1, M_2)$ и $L_2^i(M_1, M_2)$. $L_1^i(M_1, M_2)$ - представляет собой суммарный интегральный выигрыш игрока i до момента окончания игры, а $L_2^i(M_1, M_2)$ - терминальный выигрыш. Ключевой момент – учет того, что минимум из M_i, M_j определяет фактический момент окончания игры для расчета интегрального выигрыша. Поэтому математическое ожидание $L_1^i(M_1, M_2)$ - упрощается до минимума (M_1, M_2) . Вычисление математического ожидания терминального выигрыша $L_2^i(M_1, M_2)$ требует более тщательного рассмотрения. Интеграл

$$\int_0^{\omega} \Phi_i(y^*(M)) f_j(\tau) (1 - F_i(\tau)) d\tau,$$

представляет усреднение терминального выигрыша по всем возможным моментам окончания игры, учитывая вероятности $f_j(\tau)$ плотность вероятности для M_j и $(1 - F_i(\tau))$ (вероятность того, что игра для участника i еще не закончилась к моменту t). В итоге, получаем формулу (4) для ожидаемого выигрыша игрока i , представленного в виде интеграла по конечному отрезку времени $[0, \omega]$.

$$V_i(0, y_0, u_1^*, u_2^*) = \int_0^{\omega} (h_i^*(\tau) (1 - F_i(\tau))) + \Phi_i(y^*(M)) f_j(\tau) (1 - F_i(\tau)) d\tau \quad (4)$$

Данная формула является центральным результатом, позволяющим решить задачу оптимального управления методом динамического программирования. Функция $h_i^*(\tau)$ – представляет собой оптимальную стратегию игрока в момент времени t , а $y^*(M)$ – оптимальная траектория состояния системы к моменту завершения игры. Целью решения рассматриваемой задачи с помощью уравнения Гамильтона – Якоби – Беллмана является определение оптимальной стратегии и траектории. В данном уравнении $h_i^*(\tau)$ и $y^*(M)$ находятся из условия максимизации ожидаемого выигрыша $V_i(0, y_0, u_1^*, u_2^*)$, где u_1^*, u_2^* - оптимальные управления игроков i, j .

Таким образом, уравнение Гамильтона – Якоби – Беллмана связывает оптимальные управления с ожидаемым выигрышем, позволяя найти оптимальное решение.

Литература:

1. Петросян Л. А. Кооперативные дифференциальные игры со случайной продолжительностью [Текст] / Е. В. Шевкопляс // Вест. С.-Петербур. ун-та. Сер.1: Математика, механика, астрономия. 2000. Вып.4. С. 18 - 23
2. Петросян Л.А. Теоретико – игровые проблемы в механике [Текст] / Н. В. Мурзов // Литовск. матем. Сб. 1966. Т. VI-3. С.423 - 433
3. Костюнин С. Ю. Об упрощении интегрального выигрыша в дифференциальных играх со случайной продолжительностью [Текст] / Е. В. Шевкопляс // Вестн. С.-Петербур. Ун. Сер.10, Прикладная математика, информатика, процессы упр-я. 2011. Вып.4, С. 47 - 56
4. Шевкопляс Е. В. Уравнение Гамильтона – Якоби – Беллмана в дифферен. играх со случайной продолжительностью // Матем. теория игр и ее приложения. 2009. Т.1, №2. С.98 - 118
5. Сапарова Г. Б. Математические модели оценки финансовых рисков. [Текст] / Султан к. Н. // Известия ОшТУ, №1, 2021. С.142 – 145

УДК 517.2

Зулпукаров Жакшылык Алибаевич, ф.-м.и.к., доцент,
ORCID 0009-0002-9795-6369
Рахметдула уулу Тынчтыкбек, магистрант,
Эемберди кызы Гульнара, магистрант,
Ош технологиялык университети
E-mail. zulpukarov66@mail.ru

**БИР ТЕКТҮҮ ЧЕТТИК ШАРТТАР ҮЧҮН ЭКИНЧИ ТАРТИПТЕГИ
ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕНДЕМЕСИНЕ ГРИНДИН ФУНКЦИЯСЫН
ТУРГУЗУУ**